

## M2 Modélisation et Analyse NUMérique (MANU)

### Programme du LMD5

**Responsable** : Fabien Marche

**Secrétariat pédagogique** : Sophie Cazanave

### Description

MANU est un programme de haut niveau orienté vers la résolution de problèmes appliqués (industriels, physiques, biologie, santé) par l'analyse mathématique et la simulation numérique. Son but est de former des doctorant.es ou, plus généralement, des scientifiques avec un sens concret des problèmes et une maîtrise approfondie des outils d'approximation numérique, aussi bien que des techniques d'analyse les plus récentes. Le parcours intègre un noyau important d'UE avancées d'analyse numérique et théorique des EDP avec des cours d'optimisation et apprentissage, d'informatique, et de modélisation. Un atout important est la familiarisation avec les outils avancés de mise en œuvre et un lien étroit avec des sujets de recherche récents issus des milieux académique et industriel. La première année de la formation permet de faire la transition entre un parcours universitaire classique et les cours avancés de deuxième année où ces compétences mixtes entre théorie et applications seront acquises.

**Objectifs** : Préparer aux notions avancées de deuxième année en vue des objectifs suivants :

- Former des doctorant.es ou, plus généralement, des scientifiques capables d'interagir dans un contexte multi-disciplinaire
- Assurer une formation théorique solide permettant la poursuite en thèse académique ou industrielle
- Répondre à la demande des centres R&D des grandes entreprises/EPIC d'ingénieurs-docteurs capables d'intervenir dans le noyau de calcul d'un simulateur
- Donner des ouvertures sur les nouveaux champs d'applications du calcul scientifique (environnement, santé, etc.)

**Savoir-faire et compétences** : Les compétences acquises durant les deux années de formation sont transverses et permettent de développer une compréhension approfondie de la modélisation mathématique, de l'analyse numérique et du calcul scientifique. La première année présente des préliminaires afin de développer ces compétences. Ils sont complétés en deuxième année par des cours plus avancés.

## Semestre 3

Unité d'Enseignement	Volume horaire	ECTS
Analyse Numérique 4	33	10
Analyse des EDP 3	27	8
Estimation <i>a posteriori</i>	21	6
Problèmes inverses	21	6

### 3.1 Analyse Numérique 4

**Description** : Ce cours porte sur l'étude de méthodes numériques avancées pour les équations aux dérivées partielles permettant l'utilisation de maillages polyédriques. La première partie du cours est consacrée à des outils d'analyse d'intérêt général. Dans la deuxième partie, on s'intéresse à la conception et à l'analyse des méthodes Hybrid High-Order, qui constituent un exemple de méthodes numériques de dernière génération. Dans la troisième partie on développe des applications de ces méthodes en lien avec les activités de recherche présentes à l'IMAG : mécanique des fluides, mécanique du solide et écoulements en milieux poreux.

**Objectifs** : Introduction aux méthodes numériques avancées pour les EDP.

**Pré-requis nécessaires** : Avoir suivi un cours d'analyse numérique au niveau M1 (éléments finis de Lagrange et mixtes).

**Pré-requis recommandés** : Cours d'Analyse Numérique 1, 2 et 3 de la première année du Master.

### 3.2 Analyse des EDP 3

**Description** : Dans ce cours, on présentera des méthodes analytiques pour la résolution d'équations aux dérivées partielles (EDP), éventuellement nonlinéaires, et l'étude du comportement qualitatif des solutions. La classe d'EDP et donc les méthodes étudiées pourra dépendre de l'intervenant. Elles seront en lien avec les applications développées au sein de l'IMAG : mécanique des fluides, mécanique du solide, maths-bio.

**Objectifs** : L'objectif de ce cours est de présenter des notions avancées sur la résolution d'EDP et l'étude des propriétés de leurs solutions en lien avec les thèmes de recherche développés au sein de l'IMAG.

**Pré-requis nécessaires** : Avoir des notions sur la résolution des EDP linéaires. Etre familiarisé avec l'analyse fonctionnelle pour la résolution des EDP (espaces fonctionnels classiques, analyse hilbertienne).

**Pré-requis recommandés** : Ce cours s'inscrit dans la suite des cours d'analyse des EDP dispensé en première année de la formation.

### 3.3 Estimation *a posteriori*

**Description** : Ce cours est la continuation du cours d'optimisation du second semestre de L3 mathématiques et celui sur l'optimisation et la machine learning de M1 MANU. Le cours

s'appuie sur les ingrédients donnés dans les autres modules du master MANU en analyse des EDP et simulation numérique.

Après un rappel des résultats et méthodes numériques pour la simulation numérique des EDP sur maillage adaptatif, des résultats d'estimation a posteriori d'erreur, et des méthodes d'apprentissage supervisé du M1, le cours s'intéresse à la génération de bases de données de qualité et leur complétion et certification grâce à la simulation numérique certifiée grâce à un contrôle de l'erreur. Cette question est fondamentale pour une utilisation certifiée de machine learning en industrie. En effet, la précision de l'apprentissage mathématique lors de l'inférence est fortement conditionnée par la qualité de la base de données.

Le cours comporte une partie importante de projets informatiques au fil de l'eau. Toutes les séances ont lieu en environnement informatisé et permettent une mise en oeuvre immédiate des éléments théoriques.

**Objectifs :** Le cours s'intéresse en particulier à l'apprentissage par transfert (transfer learning) pour des problèmes de régression industriels à plusieurs sorties. Ces questions sont illustrées sur des problèmes directs et inverses d'ingénieur.

La programmation sera en Python, Fortran, C++ et Freefem.

**Pré-requis nécessaires :** Bases d'analyse, solutions numériques des équations différentielles ordinaires et des équations aux dérivées partielles, algèbre linéaire numérique, expérience en programmation en langage interprété et compilé.

**Pré-requis recommandés :** Cours L3 semestre 2 d'optimisation. Cours M1 Master MANU optimisation et machine learning. Programmation Python, Fortran, C/C++.

### 3.4 Problèmes inverses

**Description :** On étudie les problèmes inverses, en soulignant la notion de "problème bien posé". Une présentation est d'abord faite de problèmes inverses en dimension finie (notion de conditionnement, de valeurs singulières, ...), puis en dimension infinie (stabilité du problème, régularisation, pseudo-inverse, ...).

Dans un second temps, les propriétés de la transformée de Fourier et l'opération de convolution sont rappelées dans les espaces  $L_p$  et leurs sous-espaces usuels. On examine en quoi ces deux opérations conduisent à des problèmes bien ou mal posés. Pour la convolution, en particulier, les notions de "filtre" et de "déconvolution" sont abordées dans le cadre de l'analyse du signal et de l'image. Enfin, on applique ces notions à l'étude et à l'inversion de la transformée de Radon, ou de transformations apparentées, issues des techniques d'imagerie médicale.

**Objectifs :**

- S'initier aux problèmes inverses linéaires.
- Maîtriser la transformée de Fourier et la convolution dans les espaces fonctionnels usuels, et comprendre leurs utilisations pratiques.
- Etudier quelques applications en analyse et reconstruction du signal et de l'image.

**Pré-requis nécessaires :** Calcul différentiel et intégral niveau L3, analyse fonctionnelle niveau M1.

**Pré-requis recommandés :** Ce cours se base sur les notions d'Analyse fonctionnelle développés dans la première année de la formation.

## Semestre 4

Unité d'Enseignement	Volume horaire	ECTS
Programmation 2	30	10
Modélisation numérique	24	8
Stage	-	12

### 4.1 Programmation 2

**Description** : Ce cours porte sur des aspects avancés du langage C++ appliqué au calcul scientifique, complétés par une présentation d'outils de pré/post -processing, d'outil de travail collaboratifs modernes (gestionnaires de version), d'outils de non-régression (gestionnaires de tests).

**Objectifs** : Être capable d'implémenter *from scratch* ou de prendre en main des codes de calculs scientifiques issus des milieux académiques ou industriels.

**Pré-requis nécessaires** : Notions de base de programmation C++.

**Pré-requis recommandés** : Cours de programmation de la première année du master.

### 4.2 Modélisation numérique

**Description** : Ce cours permet aux étudiants de se familiariser avec des problèmes réels mettant en jeu la résolution théorique ou numérique d'équations aux dérivées partielles.

**Objectifs** : Développer la capacité de recevoir l'énoncé d'un problème dans les mots d'un utilisateur non mathématicien, le traduire en termes mathématiques, et restituer la réponse dans le même langage.

**Pré-requis nécessaires** : Notion de résolution d'équations aux dérivées partielles via des outils numériques et/ou théoriques.

**Pré-requis recommandés** : Ce cours se base sur les notions développées dans les cours de la formation de première année du master.

### 4.3 Stage

**Description** : Le stage de 4 mois minimum sera effectué en entreprise ou en laboratoire de recherche